

1. a) $f(x) = \frac{1}{x-3} \rightarrow$ Función racional
 $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

$g(x) = \sqrt{x^2+4} \rightarrow$ Función irracional
 $\text{Dom}(g) = \mathbb{R}$

$h(x) = x^2 - 9 \rightarrow$ Función polinómica
 $\text{Dom}(h) = \mathbb{R}$

b) $\frac{h(x)}{f(x)} = \frac{x^2-9}{1/(x-3)} = (x^2-9)(x-3) = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

$\text{Dom}\left(\frac{h}{f}\right) = \mathbb{R} - \{3\}$

b) ~~$\frac{h(x)}{f(x)} = \frac{x^2-9}{1/(x-3)}$~~ , ~~$\text{Dom}\left(\frac{h}{f}\right) = \mathbb{R}$~~

c) $(g \circ f)(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{x-3}\right)^2 + 4} = \sqrt{\frac{1}{(x-3)^2} + 4} = \sqrt{\frac{1 + 4x^2 - 24x + 36}{(x-3)^2}} = \frac{\sqrt{4x^2 - 24x + 37}}{x-3}$

$\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{3\}$

2. a) $f(x) = x^2 + 5x + 6 \rightarrow$ Polinómica cuadrática.

$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

Vértice: $x = -\frac{5}{2}$; $y = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 6 = \frac{25-50+24}{4} = -\frac{1}{4}$ $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

$\text{Im}(f) = \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

Continua en todo $\mathbb{R}$

No simétrica

No periódica

Puntos de corte con los ejes:

OY: $x=0 \rightarrow y=6$ $(0,6)$

OX: $y=0 \rightarrow x = -2, -3 \Rightarrow (-2,0), (-3,0)$

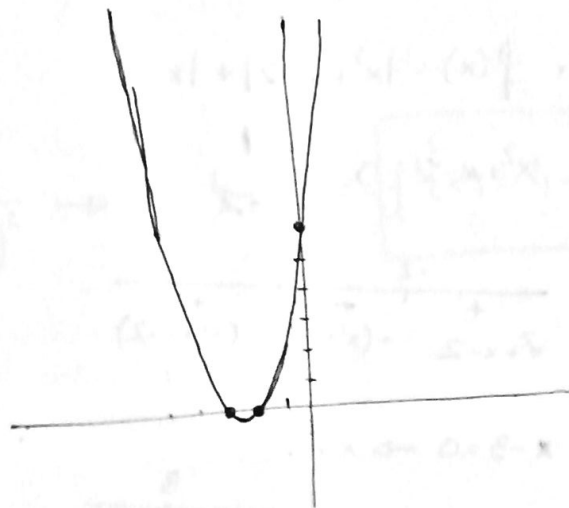
Signo:

$f(x) < 0, x \in (-3, -2)$

$f(x) > 0, x \in (-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$

Extremos: $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right) \rightarrow$ mínimo absoluto

Monotonía: creciente $x \in \left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$



No tiene pts de inflexión

Convexa en $\mathbb{R}$.

b) $f(x) = \frac{2-x}{x+2} \rightarrow$ racional. $f(x) = \frac{4}{x+2} - 1$

$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

$\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

Discontinua en $x = -2 \rightarrow$ Salto infinito.

No simétrica

No periódica.

Ptos de corte con los ejes:

OY: $x = 0 \rightarrow y = 1 \Rightarrow (0, 1)$

OX: $y = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$

Signo: 

$f(x) > 0; x \in (-2, 2)$

$f(x) < 0; x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Extremos: no tiene

Monotonía: Creciente en todo su dominio

No tiene ptos de inflexión.

Curvatura:

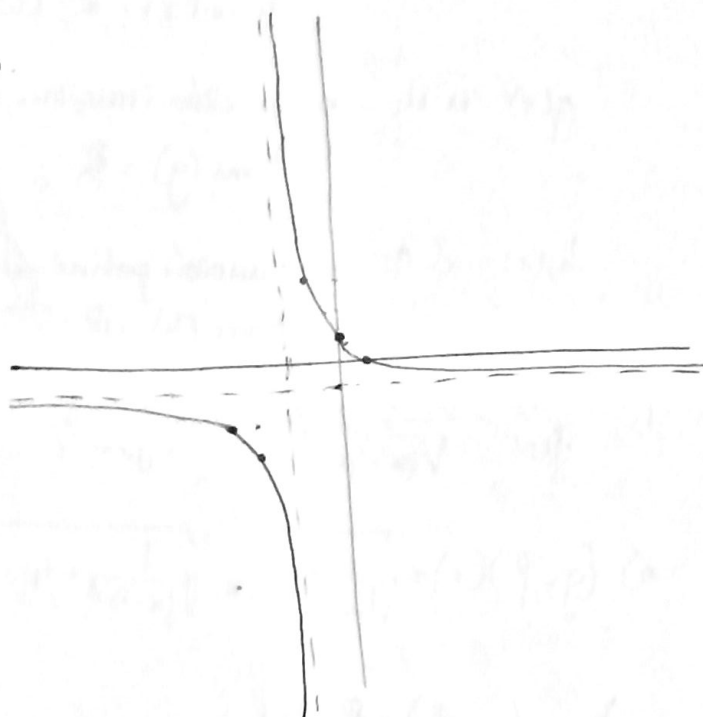
Cóncava: $x \in (-\infty, -2)$

Convexa: $x \in (-2, +\infty)$

Asintotas:

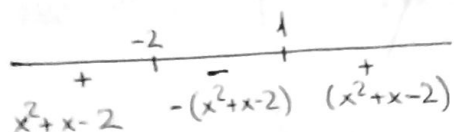
Vertical: $x = -2$

Horizontal: $y = -1$

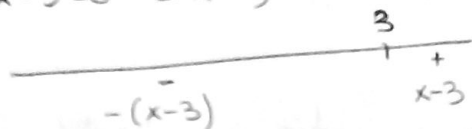


3. $f(x) = |x^2 + x - 2| + |x - 3|$

$x^2 + x - 2 = 0 \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

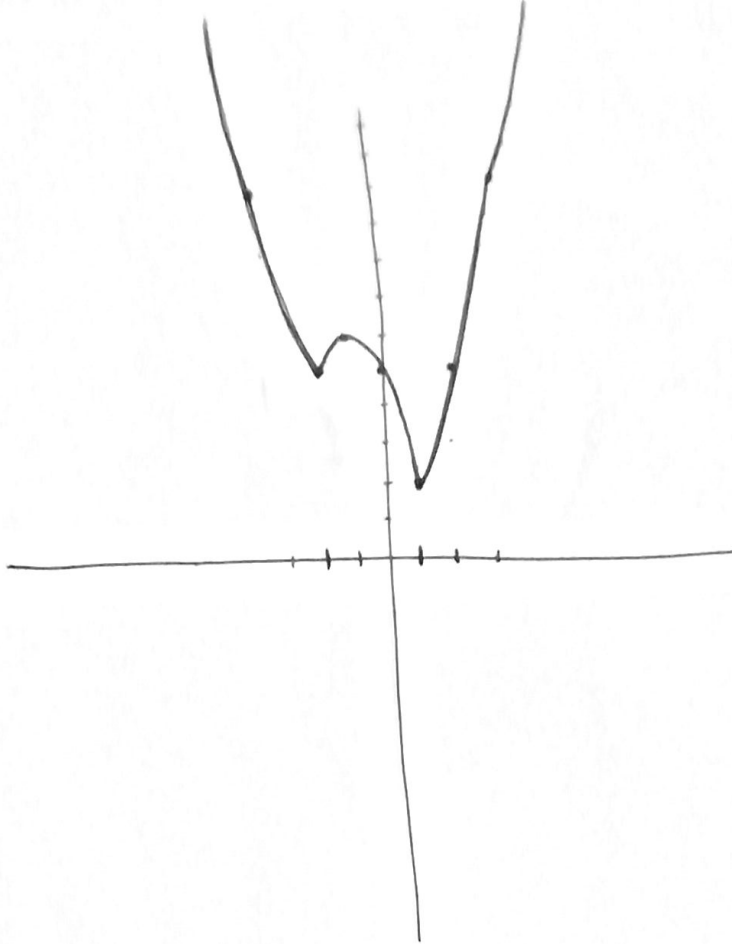


$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$



$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2 - x + 3 & x \leq -2 \\ -x^2 - x + 2 - x + 3 & -2 < x \leq 1 \\ x^2 + x - 2 - x + 3 & 1 < x \leq 3 \\ x^2 + x - 2 + x - 3 & x > 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq -2 \\ -x^2 - 2x + 5 & -2 < x \leq 1 \\ x^2 + 1 & 1 < x \leq 3 \\ x^2 + 2x - 5 & x > 3 \end{cases}$$



$$x < -2$$

x	y
-2	5
-3	10
-4	17

$$-2 < x \leq 1$$

x	y
-1,99	4,99
-1	6
0	5
1	2

$$1 < x \leq 3$$

x	y
1,01	2,01
2	5
3	10

$$x > 3$$

x	y
3,01	10,01
4	19
5	30

4. a) exponencial

c) polinómica
afín

e) racional

b) polinómica
cuadrática

d) racional

f) logarítmica

5. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$

$$y = \frac{1}{\sqrt{4-x}} \rightarrow y^2 = \frac{1}{4-x} \rightarrow 4-x = \frac{1}{y^2} \rightarrow x = 4 - \frac{1}{y^2} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = 4 - \frac{1}{x^2}}$$