Números reales

Los **números reales** ($\mathbb{R}$) forman el conjunto de números más amplio que conocemos hasta ahora. Dentro de este conjunto de números podemos encontrarnos a los números irracionales y a los racionales.

Los **números irracionales** (I) son esos números que no podemos escribir como fracción. Existen números irracionales muy famosos como π , $\sqrt{2}$, Φ , … Estos números están formados por infinitas cifras decimales no periódicas, por lo que es imposible trabajar con ellos de forma exacta, siempre tendremos que tener en cuenta que estamos cometiendo algún error en los cálculos en los que intervienen.

Los **números racionales** ($\mathbb{Q}$)son aquellos que pueden expresarse en forma de fracción o razón (de ahí su nombre). Estos números sí pueden usarse de forma exacta, aunque en algunas ocasiones se recurra a simples aproximaciones por comodidad y porque el error cometido en ellas no es significativo en el experimento que se realice. Debemos recordar que todos los números racionales pueden expresarse en forma decimal (que será decimales exactos, periódicos puros o periódicos mixtos).

Dentro de este subconjunto de los números reales tenemos los **números enteros** ($\mathbb{Z}$). Como su nombre indica, estos números representan partes completas, no partes. Por tanto, los números enteros no los expresamos con decimales.

Y, por último, dentro del conjunto de los números enteros nos encontramos el último subconjunto de números: los **naturales** ($\mathbb{N}$). Estos números son los primeros con los que empezamos a trabajar cuando éramos pequeños. Nos sirven para contar, ordenar y realizar las primeras operaciones.

Debemos recordar que, salvo los números naturales, en todos los conjuntos numéricos podemos encontrarnos números tanto positivos como negativos. Es un error muy común entre los estudiantes clasificar cualquier número negativo como entero, incluso cuando presentan parte decimal.

<u>Actividades</u>:

1. Expresa, si es posible, los siguientes números en forma de fracción:

a) 4

b) 3.5

c) $\sqrt{5}$

d) -7.1

e) 4.8888...

f) 2.123333...

g) $\sqrt{16}$

h) 9.010101...

i) π

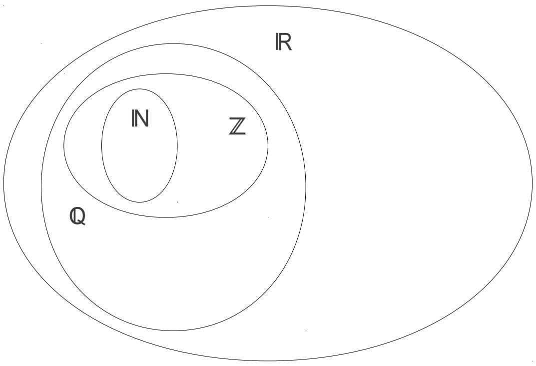
j) 3.14

Clasifícalos en racionales o irracionales.

2. Escribe tres números racionales comprendidos entre 1/3 y 1/2.

3. Sitúa los siguientes números en el diagrama:

$$\sqrt{3};\ 5;\ -2;\ 4.5;\ 7.\hat{3};\ -\sqrt[3]{6};\ \sqrt{64};\ \sqrt[3]{-27};\ \sqrt{-8};\ \pi;\ 0;\ \frac{-1.3}{0.5};\ \frac{1}{e};\ 4^{\frac{1}{2}};\ \sqrt[3]{125};\ 2\sqrt{3};\ -\frac{12}{3}$$



4. Sitúa los números anteriores en la siguiente tabla. Cada número puede estar en más de una casilla. Inventa y añade algún número más a cada conjunto.

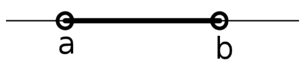
Naturales (ℕ)	
Enteros (ℤ)	
Racionales (ℚ)	
Reales (ℝ)	
Irracionales (I)	

Los números reales se pueden representar como puntos en la **recta real**. Esta recta nos ha servido en muchas ocasiones para entender la ordenación de los números (un número es menor si se sitúa más a la izquierda) y para comprender conceptos como el de valor absoluto (distancia de un punto al cero). En esta recta también podemos representar subconjuntos de números, que denominamos intervalos, mediante segmentos.

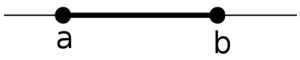
Los **intervalos numéricos** pueden ser:

Abierto: los extremos no están incluídos. Se expresan con paréntesis y se representan con pequeñas circunferencias.

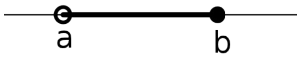
$(a, b)=\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$

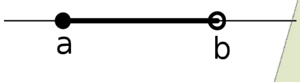


Cerrado: los extremos sí están incluídos. Se expresan con corchetes y se representan con pequeños círculos.

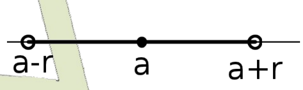
$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}/a\leq x\leq b\}$ 

Semiabierto o semicerrado: un extremos está incluído y el otro no. Cada extremos deberá expresarse y representarse adecuadamente.

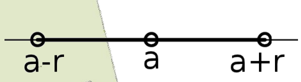
$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}/a< x\leq b\}$ 

$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}/a\leq x< b\}$ 

Entorno: son intervalos abiertos que se expresan indicando centro y radio del entorno.

$E(a,r)=\{x\in\mathbb{R}:d(a,x)< r\}=\{x\in\mathbb{R}:|x-a|< r\}=(a-r,a+r)$ 

Si el centro no se incluye, se llama entorno reducido.

$E^*(a,r)=E(a,r)-\{a\}=(a-r,a+r)-\{a\}=(a-r,a)\cup(a,a+r)$ 

Las semirrectas reales se representan mediante intervalos desde $-\infty$ o hasta $+\infty$. Estos extremos se expresan abiertos (con paréntesis) y se representan con punta de flecha.

<u>Actividades</u>:

5. Ordena de mayor a menor los siguientes números: 0.4; 0; -0.3; 42; -2.3; -20; 428

6. Representa gráficamente los siguientes conjuntos:

a) (-3,-1)

b) [4, $+\infty$)

c) (3, 9]

d) ($-\infty$, 0)

e) $\{x/-2\leq x< 5\}$

f) $[-2,5)\cup(5,7]$

g) $(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

h) $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$

7. Calcula:

a) $3-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}$

c) $\frac{4}{3}\left(\frac{5}{6}-2+\frac{3}{8}\right)$

8. Calcula las expresiones decimales de las siguientes fracciones e indica el tipo de decimal obtenido:

a) $\frac{23}{25}$

b) $\frac{22}{12}$

c) $\frac{28}{126}$

d) $-\frac{36}{225}$

e) $\frac{73}{63}$

f) $\frac{42}{528}$

g) $\frac{2145}{2100}$

9. Calcula las expresiones fraccionarias de los siguientes números:

a) 4.15

b) $4.1\hat{5}$

c) $4.\widehat{15}$

10. Expresa cada decimal en forma de fracción, opera y el resultado final conviértelo en número decimal:

a) $3.\hat{1}+5.2\hat{1}+2.8$

b) $(5.\hat{4}-3.4\hat{2})\cdot 2.7$

c) $6.\widehat{14}:3.\widehat{4}\cdot 2.44$

d)

11. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales:

a) 232.25

b) $1+\sqrt{2}$

c) $2-\sqrt{49}$

d) 1.232323...

e) 0.273454545...

f) 1.234444....

g) 0.010333333...

h) 37.34334333433334...

i) -3.141542653589...

j) $-\sqrt{2+\sqrt{4}}$

12. Se ha realizado un estudio estadístico sobre la duración de la jornada laboral en dos localidades, obteniéndose los siguientes datos: en la primera localidad, de cada 27 personas entrevistadas 21 trabajan más de cinco horas; y en la segunda localidad, de cada 45 lo hacen 34.

Compara los resultados de ambas localidades.

13. Un agricultor recoge 120000 kg de manzanas. Vende a un mayorista los $\frac{7}{8}$ de la cosecha. De lo que le sobra vende a pequeños comerciantes los $\frac{2}{5}$. Del resto están estropeados los $\frac{3}{7}$ que se lleva el ganadero para alimento del ganado. De lo que le queda vende 20000 kg a una fábrica de zumo y los kilogramos restantes los utiliza para el consumo familiar. ¿Cuántos kilogramos consume la familia?

14. Halla de forma exacta el valor de la diagonal de un cuadrado de lado 1 cm y di qué tipo de número es.

15. Un rectángulo mide de largo **x** y de alto 1 cm; por un lado le cortamos un cuadrado de lado 1 cm, y se obtiene un rectángulo semejante.

a) Haz el dibujo de lo que expresa el enunciado.

b) ¿Cuánto mide **x**?

c) ¿Qué nombre recibe el número **x**?

d) ¿**x** es racional o irracional?

16. Efectúa los siguientes cálculos haciendo uso de la jerarquía de operaciones:

a) $7-2\cdot(-4)+3-5\cdot(-2+7)$

b) $4\cdot2^2-(-1)^3+[3-(5-3^2)]$

c) $(-3)^2-3^2+2\cdot(-1)^3$

d) $-2\cdot(3-2\cdot 6)-(10-3)\cdot(5-2\cdot 3)$

17. Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $\frac{3}{2}-\frac{1}{4}+\frac{3}{5}-2$

b) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot 3-2+\frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{2}:\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}$

d) $\left(2-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{7}\right):\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\right)$

e) $2+3\cdot\left(1-\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}\right)$

f) $1-1:\left(1-\frac{1}{2}\right)$

g) $\frac{2}{5}\left(1-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{4}:\frac{5}{2}-\frac{1}{3}$

h) $\frac{2^3-3\cdot 2^2}{2^0+2^1+2^2}$

18. Efectúa dejando el resultado en forma de potencia de exponente natural:

a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right]^{-3}$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{3} : \left(\frac{3}{5}\right)^{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2}$

c) $\left(2-\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$

d) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{3} : \left(\frac{3}{2}\right)^{6}\right]^{0}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{5} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3}$

f) $\left(\frac{5}{6}\right)^{8} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-5} : \left(\frac{5}{6}\right)^{3}$