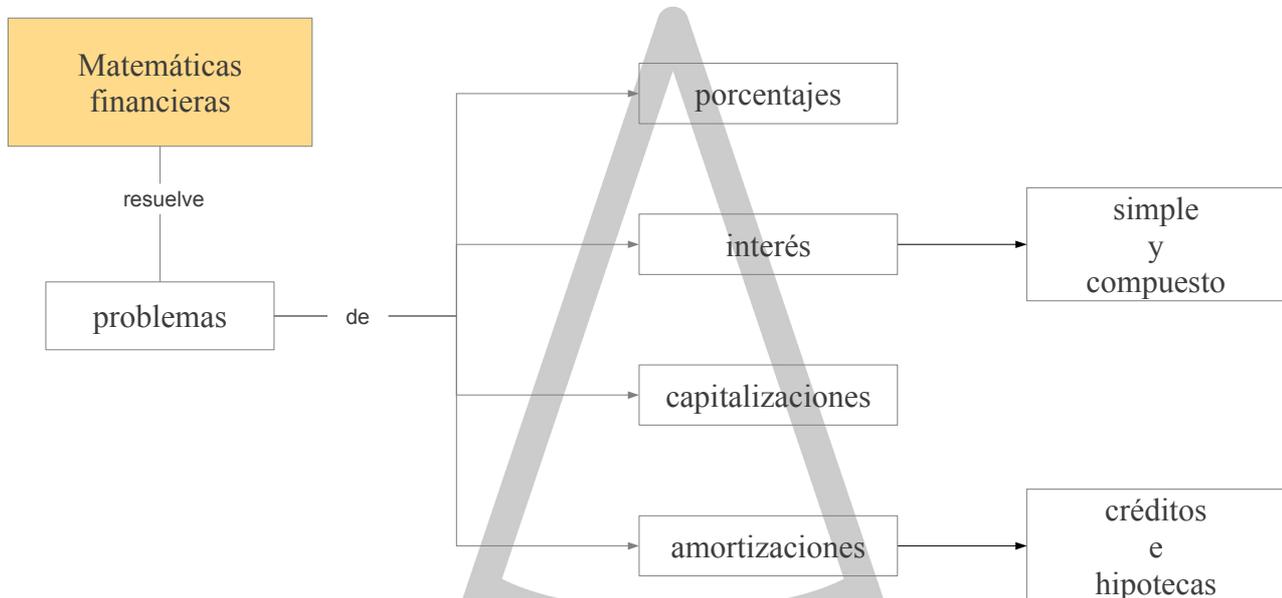


Tema 2: Título



- [Aumentos porcentuales](#)
- [Disminuciones porcentuales](#)
- [Impuestos](#)
- [Interés simple](#)
- [Interés compuesto](#)
- [TAE](#)
- [Capitalización](#)
- [Créditos](#)
- [Números índice](#)
- [IPC](#)
- [EPA](#)

Aumentos porcentuales

El **aumento porcentual** de una cantidad inicial es lo que aumenta dicha cantidad según un porcentaje.

Si **C** es la cantidad inicial y **p%** el porcentaje, la cantidad final (**F**) viene dada por:

$$C + C \cdot \frac{p}{100} = C \left(1 + \frac{p}{100} \right) = F$$

El **índice de variación** es $1 + \frac{p}{100}$.

En ocasiones partimos de la cantidad final y debemos hallar la cantidad inicial, para ello deberemos dividir entre el índice de variación:

$$C \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right) = F$$

$$F : \left(1 + \frac{p}{100} \right) = C$$

Podemos encontrar aumentos porcentuales en el cálculo del precio de un producto tras aplicar el IVA.

Por ejemplo:

Un ordenador portátil cuesta 450 € antes de aplicarle el IVA. Este tipo de artículos tiene un IVA del 18%. Calcula el precio final.

$$450 + 450 \cdot 0,18 = 450 \cdot (1 + 0,18) = 531 \quad \text{Índice de variación: } 1 + 0,18 = 1,18$$

El precio final es 531 €

En los aumentos porcentuales $C < F$.

Disminuciones porcentuales

La **disminución porcentual** de una cantidad inicial es lo que disminuye dicha cantidad según un porcentaje.

Si **C** es la cantidad inicial y **p%** el porcentaje, la cantidad final (**F**) viene dada por:

$$C - C \cdot \frac{p}{100} = C \left(1 - \frac{p}{100} \right) = F$$

El **índice de variación** es $1 - \frac{p}{100}$.

Si partimos de la cantidad final y debemos hallar la cantidad inicial, para ello deberemos dividir entre el índice de variación (igual que en los aumentos porcentuales):

$$C \cdot \left(1 - \frac{P}{100}\right) = F$$

$$F : \left(1 - \frac{P}{100}\right) = C$$

Podemos encontrar disminuciones porcentuales en los descuentos en rebajas.

Por ejemplo:

*Unos pantalones tienen un precio de 54 €. En la rebajas le aplican un descuento del 30%.
¿Cuánto se paga por los pantalones?*

$$54 - 54 \cdot 0,30 = 54 \cdot (1 - 0,30) = 37,80 \text{ €} \quad \text{Índice de variación: } 1 - 0,30 = 0,70$$

El precio final es 37,80 €

En las disminuciones porcentuales $C > F$.

En caso de tener aumentos y disminuciones encadenadas, el índice de variación total es el producto de los índices de variación de cada paso.

Por ejemplo:

Un ordenador portátil cuesta 450 € antes de aplicarle el IVA. Este tipo de artículos tiene un IVA del 18%. En periodo de rebajas tiene un descuento del 20%. Calcula el precio final.

$$450 \cdot (1 + 0,18) \cdot (1 - 0,20) = 424,80 \text{ €} \quad \text{Índice de variación: } 1,18 \cdot 0,80 = 0,944$$

El precio final es 424,80 €

Impuestos

Un impuesto es una cantidad que se paga al Estado. Los impuestos se cobran.

IVA (impuesto de valor añadido): es una cantidad que se añade al precio que se debe pagar al comprar.

IRPF (impuesto sobre la renta de personas físicas): retención que realiza Hacienda sobre los beneficios obtenidos (salario, intereses de un depósito).

Interés simple

El **capital** es la cantidad de dinero que se utiliza para producir bienes (más dinero).

El **interés** es la cantidad de dinero que produce un capital.

El **interés simple** es aquel que no se acumula al capital inicial depositado para generar nuevos intereses.

Supongamos que depositamos un capital de 5000 € al 4% de interés simple anual. Cada año obtendremos el mismo beneficio: $5000 \cdot 0,04 = 200 \text{ €}$

El interés producido depende del capital inicial, del tiempo y del rédito o tanto por ciento:

Nomenclatura:

$$I = c \cdot r \cdot t$$

$$C = c + I = c \cdot (1 + r \cdot t)$$

C: capital final (beneficios + capital inicial)

c: capital inicial (dinero de partida)

I: interés (beneficios obtenidos)

t: tiempo en años

r: rédito

Por ejemplo:

Se depositan 3000 € a un interés simple del 6% durante 2 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

$$c = 3000 \text{ €}$$

$$r = \frac{6}{100} = 0,06 \rightarrow I = c \cdot r \cdot t = 3000 \cdot 0,06 \cdot 2 = 360 \text{ €}$$

$$C = c + I = 3000 + 360 = 3360 \text{ €}$$

$$t = 2 \text{ años}$$

Al finalizar los dos años tendremos un capital de 3360 €.

Interés compuesto

El **interés compuesto** es aquel que se acumula al capital inicial para ir generando nuevos intereses.

Supongamos que depositamos un capital de 5000 € al 4% de interés compuesto anual. Cada año obtendremos un beneficio diferente:

$$\text{Primer año: } 5000 \cdot 0,04 = 200 \text{ €}$$

$$\text{Segundo año: } 5200 \cdot 0,04 = 208 \text{ €}$$

$$\text{Tercer año: } 5408 \cdot 0,04 = 216,32 \text{ €}$$

$C = c(1+r)^t$: capital final producido por un capital inicial (c) depositado durante t años a un rédito r .

Por ejemplo:

Se depositan 5000 € al 5,5% de interés compuesto durante 4 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

$$\begin{aligned} c &= 5000 \text{ €} \\ r &= 0,055 \\ t &= 4 \text{ años} \end{aligned} \quad C = 5000 \cdot 1,055^4 = 6194,12 \text{ €}$$

El período de capitalización es el tiempo en el que se abonan los intereses por un capital. Decimos que tiene n periodos de capitalización cuando a lo largo de un año se abonan los intereses n veces.

Periodo **mensual** de capitalización: $n=12$

Periodo **trimestral** de capitalización: $n=4$

Periodo **diario** de capitalización: $n=365$

Para los diferentes periodos de capitalización habrá que modificar:

$$\left. \begin{array}{l} \text{el rédito} \rightarrow \frac{r}{n} \\ \text{el tiempo} \rightarrow nt \end{array} \right\} \Rightarrow C = c \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

Por ejemplo:

Se depositan 5000 € al 5,5% de interés compuesto durante 4 años con periodos de capitalización trimestrales. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

$$\begin{aligned} c &= 5000 \text{ €} \\ r &= 0,055 \\ t &= 4 \text{ años} \\ n &= 4 \end{aligned} \quad C = 5000 \cdot \left(1 + \frac{0,055}{4} \right)^{4 \cdot 4} = 6221,05 \text{ €}$$

Tasa anual equivalente (TAE):

Es el tipo de interés anual real correspondiente a un tipo de interés compuesto anual y periodos de liquidación de interese inferiores a un año. Si se tienen n periodos de capitalización, la TAE es:

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n - 1 \right] \cdot 100$$

Por ejemplo:

La tarjeta VISA ofrecida por una determinada entidad ofrece la posibilidad de realizar el pago aplazado pagando solamente un 4% de interés compuesto mensual. Calcula la TAE.

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{0,04}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 4,07$$

Capitalización

Capitalizar es ir aumentando el capital que se tiene en propiedad.

Una **anualidad de capitalización** es una cantidad fija que se deposita anualmente en una entidad financiera a interés compuesto para conseguir al cabo de cierto tiempo un capital determinado.

Año tras año se deposita la misma cantidad, de forma que el capital final es el resultado tanto de los intereses obtenidos como del aumento del capital. Un ejemplo lo encontramos en los fondos de pensiones que consisten en el depósito reiterado de una cantidad que se recupera, junto con los intereses que éstos han generado. Al llegar a la edad de jubilación.

El capital final es la suma de los capitales de cada anualidad:

Anualidad (€)	Tiempo (años)	Capital (€)
a	1	$a(1+r)$
a	2	$a(1+r)^2$
a	3	$a(1+r)^3$
...
a	t-2	$a(1+r)^{t-2}$
a	t-1	$a(1+r)^{t-1}$
a	t	$a(1+r)^t$

$$C = a(1+r)^t + a(1+r)^{t-1} + a(1+r)^{t-2} + \dots + a(1+r)^2 + a(1+r) + a$$

$$C = \frac{a(1+r)[(1+r)^t - 1]}{r}$$

Por ejemplo:

Una persona deposita anualmente 720 € durante 30 años y se le garantiza un 7% de interés. ¿Qué cantidad tendrá al cabo de ese periodo?

$$\begin{array}{l} a=720 \text{ €} \\ r=0,07 \\ t=30 \text{ años} \end{array} \rightarrow C = \frac{720 \cdot 1,07 \cdot (1,07^{30} - 1)}{0,07} = 72772,59 \text{ €}$$

Para los diferentes periodos de capitalización habrá que modificar:

$$\left. \begin{array}{l} \text{el rédito} \rightarrow \frac{r}{n} \\ \text{el tiempo} \rightarrow nt \end{array} \right\} \Rightarrow C = \frac{a \left(1 + \frac{r}{n}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} - 1\right]}{\frac{r}{n}}$$

Créditos

Un **crédito** es una cantidad de dinero que se pide prestada y que debe devolverse en cierto plazo de tiempo con un determinado interés.

Amortizar un crédito es devolver la cantidad pedida y los intereses correspondientes.

Existen diferentes tipos de créditos:

Crédito personal: se pide para unos gastos indeterminados.

Crédito hipotecario: se pide para la compra de inmuebles.

Si se devuelve la deuda en un único pago el cálculo de la misma se hace de la misma forma que en el caso del cálculo del capital final del interés compuesto: $D = d(1+r)^t$

Por ejemplo:

Se piden prestados 7500 € a un interés del 10,5% a devolver en un único pago al transcurrir 2 años. ¿Qué cantidad devolveremos?

$$\begin{array}{l} d=7500 \text{ €} \\ r=0,105 \\ t=2 \text{ años} \end{array} \rightarrow D = 7500 \cdot 1,105^2 = 9157,69 \text{ €} \quad \text{La deuda es de 9157,69 €.}$$

No es habitual devolver una deuda en un único pago. La **anualidad de amortización** es la cantidad que se abona cada año para pagar con ella la deuda del crédito y los intereses generados.

$$a = \frac{d(1+r)^t r}{(1+r)^t - 1}$$

Si el pago de la deuda se realiza mensualmente: $m = \frac{d \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} \frac{r}{12}}{\left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} - 1}$

Números índice

El **número índice** es una medida estadística usada para observar fácilmente **cambios** en una variable (datos importantes a tener en cuenta). Es muy común encontrarlos expresados como tantos por ciento, permitiendo medir la forma en la que ha variado con el tiempo.

Llamamos **punto base** al valor del número índice que tomemos como referencia. Tomamos este valor como **100** y a partir de aquí los demás datos se irán transformando de manera proporcional.

Índice de precios al consumo (IPC):

Es un índice en el que se comparan los precios de un conjunto de productos que una cantidad de consumidores adquiere de manera regular y la variación con respecto del precio de cada uno. El cálculo del IPC en España lo realiza cada mes el [Instituto Nacional de Estadística](#).

No todos los productos considerados para calcular el IPC tienen el mismo peso a la hora de calcular este índice. La finalidad es aproximarse a los hábitos de consumo de los hogares, por lo que es necesario revisarlos cada año.

Para el año 2011:

Grupo de productos	Ponderación (%)
Alimentos y bebidas no alcohólicas	18,1627
Bebidas alcohólicas y tabaco	2,8686
Vestido y calzado	8,5924
Vivienda	11,6997
Menaje	6,8449
Medicina	3,2058
Transporte	14,7355
Comunicaciones	3,9821
Ocio y cultura	7,6403
Enseñanza	1,3788
Hoteles, café y restaurantes	11,5186
Otros bienes y servicios	9,3687

100,0000

La **inflación** es la variación del IPC y mide el incremento de los precios. Debido a este aumento en los precios el poder adquisitivo de las familias disminuye por lo que valor del dinero disminuye. La inflación en 2010 fue del 3,0% (variación de enero a diciembre), lo que indica que 100 € en enero equivalen a 103 € en diciembre (para comprar en diciembre algo que en enero costaba 100 € necesitamos 103 € en diciembre).

Encuesta de población activa (EPA):

Es un número índice que proporciona información sobre el mercado de trabajo. La EPA recoge información sobre el tipo de ocupación de la población ocupada y también de la actividad económica del establecimiento donde trabaja. Es una investigación continua y de periodicidad trimestral. La muestra es de aproximadamente 60.000 familias entrevistadas que equivalen a unas 180.000 personas.

Los datos que se extraen son:

- **Tasa de población activa:** porcentaje de la población que trabaja o busca trabajo sobre el total de la población mayor de 16 años.
- **Tasa de paro:** porcentaje de trabajadores en paro sobre el total de la población activa.

