

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x + 1$

b) $f(x) = x^2 - 4$

c) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

e) $f(x) = \sqrt{2-x}$

f) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

g) $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 16}$

h) $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 5}$

i) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$

j) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 7}{x^2 - 2x - 15}$

k) $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$

l) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$

m) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

n) $f(x) = \frac{2x}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

o) $f(x) = \frac{3}{x} \frac{5x-2}{6x-7}$

p) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$

q) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

r) $f(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{3x-2}$

s) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{3-x}}$

t) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 1}}$

u) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2+3x^2}$

v) $f(x) = \sqrt[4]{x} + \sqrt{-x}$

w) $f(x) = \sqrt[7]{\frac{2+x}{x^2 - 5x + 6}}$

x) $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 3x + 8} + \sqrt{x^2 - 1}$

y) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$

z) $f(x) = \frac{\sqrt{-5-x^2}}{x^2 + 3x - 2}$

aa) $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$

ab) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 4}}$

ac) $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{x+2}$

ad) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^2 + 2x - 3}$

ae) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2}}$

af) $f(x) = \frac{x^3 - x}{\sqrt{x^3 - x}}$

ag) $f(x) = \frac{2x}{E(x) + 3}$

ah) $f(x) = \frac{1}{E(2x+3)}$

2. Dadas las funciones: $f(x) = 2x + \sqrt{x}$; $g(x) = 3x - \sqrt{x}$.

a) Halla Dom(f) y Dom(g).

b) Halla $f+g$ y su dominio.

3. Dadas las funciones: $f(x) = 2\sqrt{x}$; $g(x) = 3\sqrt{x}$.

a) Halla Dom(f) y Dom(g).

b) Halla $f \cdot g$ y su dominio.

4. Dadas las funciones: $f(x) = \frac{1}{x}$; $g(x) = \sqrt{x+1}$.

a) Halla Dom(f) y Dom(g).

b) Halla $f+g$ y su Dom(f+g).

c) Halla $f \cdot g$ y Dom(f·g).

d) Halla $\frac{f}{g}$ y $\text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right)$.

e) Halla $g \circ f$ y $\text{Dom}(g \circ f)$.

5. Hallar la función inversa de $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$. Encontrar $\text{Dom}(f^{-1})$.

6. Determina las funciones inversas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 5$

e) $f(x) = \frac{x-5}{2x+1}$

h) $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{x+3}{7}$

f) $f(x) = \frac{x^3-1}{5}$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

c) $f(x) = \frac{2}{x-3}$

g) $f(x) = \frac{2-x}{2+x}$

j) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

d) $f(x) = \frac{3x}{3-x}$

k) $f(x) = x(1-x)$

7. Sean las funciones: $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 2 - x$.

Calcula las funciones compuestas $f \circ g, g \circ f, f \circ f, g \circ g$.

8. Siendo $f(x) = \frac{1+2x}{2-5x}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$. Hallar:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

9. Comprobar que si $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $(f \circ f \circ f)(x) = x$.

10. Siendo $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ y $g(x) = \frac{1}{x} + 3$. Hallar:

a) $g \circ f$

b) $\text{Dom}(g \circ f)$

11. Sean $f(x) = 3x - 7$; $g(x) = 2x + k$. Determinar k para que $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$.

12. Siendo las funciones $f(x) = x^3 - 1$; $g(x) = \sqrt{x-1}$; $h(x) = \frac{1}{2x}$. Calcula:

a) $(g \circ f)(0)$

b) $(f \circ g)(3)$

c) $(g \circ h)(\frac{1}{8})$

d) $(h \circ f)(1)$

13. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2 - 3x$

e) $f(x) = |x^2 + x - 6|$

h) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \geq 1 \\ -\frac{x}{2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

f) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \geq 0 \\ 1-x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

i) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < -1 \\ 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ -x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$

g) $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ 2 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \end{cases}$

d) $f(x) = |x+1|$

$$j) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 6-x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$l) f(x) = \begin{cases} |2x-1| & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$n) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

k)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2-6 & \text{si } -2 < x \leq 4 \\ -x-1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

m)

$$f(x) = \begin{cases} -x^2-2x-3 & \text{si } x \leq 0 \\ |x-1| & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

o)

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 0 \\ E(x) & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2-2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

14. Halla gráfica y analíticamente el recorrido de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

15. Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = |x+1|$

b) $f(x) = |x-1|$

c) $f(x) = |x|+1$

d) $f(x) = |x|-1$

16. Dada la función $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$. Se pide:

- Representarla gráficamente.
- Determina Dom(f) e Im(f) gráfica y analíticamente.
- Averigua si es inyectiva gráfica y analíticamente.
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- ¿Está acotada la función?

17. Representa gráficamente $y = \frac{|x|}{x}$ e $y = \frac{x^2}{|x|}$.

18. Sea la función $f(x) = \frac{1}{1+x}$. se pide:

- $(f \circ f)(x)$ y $f^{-1}(x)$.
- Im(f)
- ¿Es f(x) inyectiva?
- ¿Está acotada? ¿Tiene extremos absolutos?

19. Para las funciones $f(x) = \frac{1}{2}x-1$ y $g(x) = x+\frac{3}{2}$ comprobar que $(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}(x) \circ f^{-1}(x)$.

20. Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x^2-2x-3 & \text{si } x \leq 0 \\ |x-1| & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2}-2x+3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$. Se pide:

- a) Representala gráficamente.
- b) $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$. Estudia su monotonía. ¿Qué tipo de extremos presenta?
- c) ¿Está acotada? ¿Es inyectiva?

21. Un comerciante vende cierto producto a 3 € el kg, para compras de hasta 10 kg; y a 2,50 € el kg, para compras superiores a esta cantidad.

Escribe la función que relacione el desembolso a realizar con el peso del producto, representala gráficamente y estudia sus características.

