

1. Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} -xe^{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ xe^{x-1} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ xe^{1-x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

- a) Estudia la derivabilidad de  $f$  en  $x=0$  y en  $x=1$ .
- b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de  $f$ .

2. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - x}{x - \operatorname{sen}(x)}$$

3. Determina  $k \neq 0$  sabiendo que la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable.

4. Se sabe que la función  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua.

Determina a.

5. Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$  es finito, calcula a y el valor del límite.