

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . De las siguientes operaciones, algunas

no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar:

$$A+B; A^t+B; A \cdot B; A \cdot B^t$$

2. Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 16 \\ -1 & 7 & 12 \end{pmatrix}$

a) Justifique cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

- $A \cdot A^t$  es una matriz simétrica
- $A \cdot A^t + B$  posee inversa

3. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$

a) Determine el valor de  $x$  en la matriz  $B$  para que se verifique la igualdad  $A \cdot B = B \cdot A$ .

b) Obtenga la matriz  $C$  tal que  $A^t \cdot C = I_2$ .

4. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcule  $A^{-1} \cdot (2B + 3I_2)$

b) Determine la matrix  $X$  para que  $X \cdot A = A + I_2$

5.

a) Si  $A$  es una matriz de dimensión  $m \times n$ , indique la dimensión de una matriz  $X$  si se verifica que  $(A^t \cdot A) \cdot X = I_n$

b) Calcule dicha matriz  $X$  en el caso en que  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calcule, si es posible, el producto  $A \cdot (A^t \cdot A)$

6. Considera  $A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$

a) Discute el rango de  $A$  según los valores de  $k$ .

b) Para  $k=1$ , calcula el determinante de  $2(A^t A^{-1})^{2017}$ .

7. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

- a) Determina, si existen, los valores de  $\lambda$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones.
  - b) Resuelve el sistema para  $\lambda = -2$
8. Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería por la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.
- a) ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? Razona las respuestas.
  - b) Si el precio del libro, la calculadora el estuche hubieran sufrido un 50%, un 20% y un 25% de descuento respectivamente, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio de cada artículo.
9. Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A , B y C .
- Pista 1: Si compramos una unidad de A , dos de B y una de C gastamos 118 euros.
- Pista 2: Si compramos n unidades de A , n + 3 de B y tres de C gastamos 390 euros.
- a) ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles?
  - b) Sabiendo que n = 4 y que el producto C cuesta el triple que el producto A , calcula el precio de cada producto.