1. Sean las funciones $f(x)=\begin{cases} x^3-x^2+2 & \text{si} \quad -1\leq x\leq 0 \\ -x^3-x^2+2 & \text{si} \quad 0<x\leq 1 \end{cases}$ y $h(x)=\begin{cases} -x^2+x+2 & \text{si} \quad -1\leq x\leq 0 \\ -x^2-x+2 & \text{si} \quad 0<x\leq 1 \end{cases}$

   a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f en x = 0.

   b) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función h en x = 0.

   c) Si las dos funciones anteriores representan el perfil de un arco puntiagudo de una catedral y el de un arco redondeado (sin picos) de un túnel, indique, razonadamente, la que corresponde a la catedral y la que corresponde al túnel.

2. Un consultorio médico abre a las 5 de la tarde y cierra cuando no hay pacientes. La expresión que representa el número medro de pacientes en función del tiempo en horas, t, que lleva abierto el consultorio es $N(t)=4t-t^2$.

   a) ¿A qué hora el número medio de pacientes es máximo? ¿Cuál es ese máximo?

   b) Sabiendo que el consultorio cierra cuando no hay pacientes, ¿a qué hora cerrará?

   c) Represente gráficamente $N(t)=4t-t^2$, con N(t) ≥ 0.

3. Sea la función $f(x)=\begin{cases} -x^2-2ax+3 & \text{si} \quad x\leq 1 \\ ax^2-6x+5 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$

   a) Calcule el valor de a para que f sea continua en x =1.

   b) Para a =1, represente su gráfica y, a la vista de ella, indique su monotonía y las coordenadas de sus extremos locales.

4. Supongamos que el rendimiento r de una alumna en un examen que dura una hora viene dado por la relación $r(t)=300t\cdot(1-t)$ donde t, con 0 ≤ t ≤ 1, es el tiempo medido en horas.

   a) ¿En qué intervalos aumenta el rendimiento y en qué intervalos disminuye?

   b) ¿En qué momento se obtiene mayor rendimiento y cuánto vale?

   c) ¿En qué momentos el rendimiento es nulo?

5. De la gráfica de la. función polinómica f : R → R. Dada. Por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ se conocen los siguientes datos: que pasa por el origen de coordenadas y que en los puntos de abscisas 1 y -3 tiene tangentes paralelas a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrantes ($y=-x$).

   a) Calcula a, b y c.

   b) Dibuja el recinto limitado por la gráfica de la función f y el eje de abscisas y calcula su área.