

Asíntotas:

Asíntotas verticales:

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \Rightarrow$ En $x=a$ hay una asíntota vertical. Hay que estudiar los límites laterales.

Asíntotas horizontales:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \Rightarrow y=L$ es asíntota horizontal.

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - L > 0 \Rightarrow$ la función está por encima de la asíntota.

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - L < 0 \Rightarrow$ la función está por debajo de la asíntota.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = M \Rightarrow y=M$ es asíntota horizontal.

Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - M > 0 \Rightarrow$ la función está por encima de la asíntota.

Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - M < 0 \Rightarrow$ la función está por debajo de la asíntota.

Asíntotas oblicuas:

Se calculan sólo si no existen asíntotas horizontales.

Las asíntotas oblicuas son rectas de la forma $y = mx + n$. Calculamos la pendiente y la ordenada en el origen:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$

Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (mx+n)) > 0 \Rightarrow$ la función está por encima de la asíntota.

Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (mx+n)) < 0 \Rightarrow$ la función está por debajo de la asíntota.