

Nombre y Apellidos:.....Grupo:.....

1. Se sabe por experiencia que el tiempo obtenido por los participantes olímpicos de la prueba de 100 metros, en la modalidad de decathlon, es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media 12 segundos y desviación típica 1,5 segundos. Para contrastar, con un nivel de significación del 5%, si no ha variado el tiempo medio en la última olimpiada, se extrajo una muestra aleatoria de 10 participantes y se anotó el tiempo obtenido por cada uno, con los resultados siguientes, en segundos:

13, 12, 11, 10, 11, 11, 9, 10, 12, 11

- a) ¿Cuales son la hipótesis nula y la alternativa del contraste?

$$H_0: \mu = 12$$

$$H_1: \mu \neq 12$$

- b) Determina la región crítica.

Región de aceptación: $(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow P(-z_{\alpha/2} < z < z_{\alpha/2}) = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Región de aceptación: $(-1.96, 1.96)$ La región crítica es todo lo que queda fuera de la región de aceptación: $(-\infty, -1.96) \cup (1.96, \infty)$

- c) Realiza el contraste.

Estadístico de contraste: $\mu \Rightarrow$ (tipificamos) $z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X} = \frac{13+12+11+10+11+11+9+10+12+11}{10} = 10 \\ \sigma = 1.5 \\ n = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow z = -2.11$$

$-2.11 \notin (-1.96, 1.96) \Rightarrow$ No aceptamos la hipótesis nula. El tiempo medio sí ha variado en la última olimpiada.

2. Sabemos que la vida media de las lavadoras de una determinada marca sigue una distribución normal con una desviación típica de 0,7 años. Un fabricante de dicha marca afirma que sus lavadoras tienen una vida media de 10 años. Para comprobar dicha afirmación se obtuvo una muestra de 50 lavadoras, cuya duración media fue de $\bar{X} = 9,2$ años.

- a) Formula la hipótesis nula y la hipótesis alternativa del contraste.

$$H_0: \mu = 10 \text{ años}$$

$$H_1: \mu \neq 10 \text{ años}$$

- b) Determina la zona de aceptación y realiza el contraste (con un nivel de confianza del 95%).

Región de aceptación: $(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \Rightarrow \text{Región de aceptación: } (-1.96, 1.96) \quad \text{profecelia.com}$$

Estadístico de contraste: $\mu \Rightarrow z = -8.08 \notin (-1.96, 1.96)$

Rechazamos la hipótesis nula, por lo tanto admitimos que la vida media de las lavadoras no es de 10 años.

c) Explica, en el contexto del problema, en qué consisten cada uno de los errores del tipo I y II.

Error del tipo I: es el error cometido al rechazar la hipótesis nula siendo verdadera. En este caso, el error del tipo I sería rechazar que la vida media de las lavadoras sea de 10 años, siendo verdad.

Error del tipo II: es el error cometido al aceptar la hipótesis nula siendo falsa. En este caso, el error del tipo II sería aceptar que la vida media de las lavadoras es de 10 años, siendo falso.

3. Un investigador, utilizando información de anteriores comicios, sostiene que, en una determinada zona, el nivel de abstención en las próximas elecciones será del 40% como mínimo.

Se elige una muestra aleatoria de 200 individuos para los que se concluye que 75 estarían dispuestos a votar.

Determina, con un nivel de significación del 1%, si se puede admitir como cierta la afirmación del investigador.

$$H_0 : p > 0.4 \text{ (abstenciones); } H_1 : p \leq 0.4$$

$$n = 200$$

$$75 \text{ están dispuestos a votar} \Rightarrow 200 - 75 = 125 \text{ no tienen intención de votar} \Rightarrow \hat{p} = \frac{125}{200} = 0.625$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha} = 2.33 \Rightarrow \text{Región de aceptación: } (2.33, \infty)$$

$$\text{Estadístico de contraste: } p \Rightarrow z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot q_0}{n}}} = 6.5 \in (2.33, \infty)$$

Aceptamos la hipótesis de que el nivel de abstenciones será del 40% como mínimo.

4. La duración de la bombillas de 100 W que fabrica una empresa sigue una distribución normal con una desviación típica de 120 horas de duración. Su vida media está garantizada durante un mínimo de 800 horas. Se escoge al azar una muestra de 50 bombillas de un lote y, después de comprobarlas, se obtiene una vida media de 750 horas. Con un nivel de significación de 0,01, ¿habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía?

$$\sigma = 120$$

$$\mu \geq 800 \Rightarrow H_0 : \mu \geq 800; H_1 : \mu < 800$$

$$n = 50$$

$$\bar{X} = 750$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha} = 2.33 \Rightarrow \text{Región de aceptación: } (2.33, \infty)$$

$$\text{Estadístico de contraste: } \mu \Rightarrow z = -2.95 \notin (2.33, \infty)$$

Luego rechazamos H_0 . Por esto, habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía.

