1. Halla las inversas de las matrices:

a) $A=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 \\ -5 & -3 & -1 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -5 & -9 & -3 \end{pmatrix}$

b) $B=\begin{pmatrix} 8 & -2 & 4 \\ -7 & 2 & -5 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $B^{-1}=\begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 1 \\ 1/2 & 4 & 6 \\ -1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} a^2 & a & 1 \\ 2a & a+1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de a tiene A inversa?

Calculamos el determinante y lo igualamos a 0: $a^3-3a^2+3a-1=0$ para obtener los valores del parámetro que hacen que a no tenga inversa.

Resolvemos la ecuación obteniendo a=1 (solución triple)

Luego A tiene inversa para todo $a \neq 1$

b) Para a=0 halla la inversa de A.

$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. Halla el rango de las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ rango=2

b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ rango=1

c) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & -9 & 15 \end{pmatrix}$ rango=1

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ rango=2

e) $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & 3 \\ -7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ rango=3

f) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 6 & -3 & 7 & -2 \\ 4 & 0 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ rango=2

4. Calcula el rango de la matriz A según los diferentes valores del parámetro real **a**:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 9 \\ -5 & -10 & a \end{pmatrix}$$

Podemos observar que las dos primeras filas son linealmente independientes, por lo que el rango será, al menos 2.

Calculamos el determiannate de la matriz y lo igualamos a 0 para obtener los valores de a que hacen que el rango sea 2: $|A| = -3a - 45 = 0 \Rightarrow a = -15$

Luego, si $a = -15$, el rango de la matriz es 2 y si $a \neq -15$ el rango de la matriz es 3.

5. Un industrial produce dos tipos de tornillos: planos (P) y de estrella (E). De cada tipo hace tres modelos: A, B y C. La sigueinte matriz da la producción semanal de tornillos:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} P \\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 2000 & 2500 & 3000 \\ 2500 & 3500 & 4000 \end{pmatrix} \end{array}$$

El porcentaje de tornillos defectuosos del tipo A es de un 5%, del tipo B es de un 4% y del tipo C es de un 2%. Calcula el número de tornillos planos y de estrella que no sean defectuosos.

La matriz que representa el porcentaje de tornillos no defectuosos de cada tipo es:

$$\begin{array}{c c} \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} 0{,}95 \\ 0{,}96 \\ 0{,}98 \end{pmatrix} \end{array} .$$

Si realizamos el producto de ambas matrices obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 2000 & 2500 & 3000 \\ 2500 & 3500 & 4000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}95 \\ 0{,}96 \\ 0{,}98 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7240 \\ 9655 \end{pmatrix}$$ donde el primer elemento representa el

númeor de tornillos planos no defectuosos (**7240**) y el segundo elemento, el número de tornillos de estrella no defectuosos (**9655**).