

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real, se pide:

a) (0'8 puntos) ¿Para qué valores del parámetro m tiene inversa la matriz A ?

b) (1'7 puntos) Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$.

2. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

a) (1 punto) Calcule el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a , ¿es derivable la función f ?

b) (0'5 puntos) Para $a = -6$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

c) (1 punto) Para $a = -6$, esboce la gráfica de f y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.

3. El 47% de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72% presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22% de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.

b) (0'75 puntos) Calcule la probabilidad de que presente obesidad.

c) (0'75 puntos) Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

4. Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que $\frac{2}{3}$ de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

a) (1'5 puntos) Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es $\frac{13}{20}$?

b) (0'25 puntos) Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?

c) (0'75 puntos) Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?