

BLOQUE DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. De los 150 coches de un concesionario, 90 tienen motor diésel y el resto de gasolina. De los coches con motor diésel, 72 son nuevos y el resto usados; mientras que de los coches con motor de gasolina hay el mismo número de coches nuevos que de usados. Se elige, al azar, un coche de dicho concesionario; calcule la probabilidad de que:

- Sea nuevo.
- Tenga motor diésel, sabiendo que es usado.

2. Entre las 7 bolas de una máquina de fútbolín hay 2 rojas y 5 blancas; en cada partida, la máquina va sacando las bolas de una en una, de forma aleatoria, sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

- “La primera bola es roja”.
- “Las dos primeras bolas son blancas”.
- “Las dos primeras bolas son de colores distintos”.

3. Una variable aleatoria sigue una ley Normal con desviación típica 6. ¿De qué tamaño, como mínimo, se debe elegir una muestra que nos permita estimar la media de esa variable con un error máximo de 2 y una confianza del 99%?

4. En una muestra representativa de 1200 residentes de una ciudad, 450 utilizan habitualmente el transporte público. Obtenga el intervalo de confianza, al 90%, de la proporción de residentes en la ciudad que utilizan habitualmente el transporte público.

5. Una variable aleatoria puede tomar los valores 20, 24 y 30. Mediante muestreo aleatorio simple se forman todas las muestras posibles de tamaño 2.

- Escriba todas las muestras posibles.
- Calcule la media y varianza de las medias muestrales.

6.

a) (0,75 puntos) A partir de una muestra de 100 individuos, se ha hecho una estimación de la proporción y se ha obtenido el intervalo de confianza (0,17; 0,25). ¿Con qué nivel de confianza se ha hecho dicha estimación?

7.

a) El peso de las naranjas de un pueblo de Sevilla sigue una distribución normal con una desviación típica de 25 gramos.

• (1 punto) Supongamos que tomamos una muestra de 121 naranjas y obtenemos un peso medio de 150g. Determina el intervalo de confianza al 90% para la media de peso.

• (0,75 puntos) ¿Cuál habrá sido el tamaño y la media de una muestra si el intervalo de confianza al 85% obtenido para la media del peso es (156,4; 163,6)?

8. Tenemos tres cajas, una verde, una roja y una amarilla, y en cada caja hay una moneda. La de la caja verde está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz, la moneda de la caja roja tiene dos caras y la de la caja amarilla no está trucada. Se toma una caja al azar y se lanza la moneda que está en esa caja. Calcular razonadamente:

- (1'25 puntos) La probabilidad de que salga cara.
- (1'25 puntos) La probabilidad de que sabiendo que ha salido cara, se haya lanzado la moneda de la caja roja.

9. La longitud de una foca recién nacida sigue una distribución normal de media μ desconocida y **varianza** igual a 81 cm^2 .

a) (1 punto) ¿Cuánto vale μ si sólo un 10% de las focas recién nacidas tiene una longitud mayor de 105 cm?

b) (0,75 puntos) Si $\mu=95 \text{ cm}$, elegida una foca recién nacida al azar, ¿cuál es la probabilidad de que mida entre 86 y 107 cm?

c) (0,75 puntos) Si $\mu=95 \text{ cm}$, y elegimos una muestra de 9 focas recién nacidas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de sus longitudes esté entre 86 y 107?

BLOQUE DE ÁLGEBRA

- 1.
- a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, calcule el valor de a para que A^2 sea la matriz nula.
- b) Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ calcule la matriz $(M^{-1} \cdot M^t)^2$
2. Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30€ al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.
3. Sea el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x - y - z = -2 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ 4x + y - 3z = -2 \end{cases}$$
- a) Clasifique y resuelva el sistema.
- b) Escriba la matriz de coeficientes de este sistema y, si es posible, calcule su matriz inversa.
4. Considera el sistema
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{cases}$$
- a) (1,5 puntos) Calcule razonadamente un valor del parámetro a para que el sistema resultante al añadirle la ecuación $x + y + az = 9$ tenga más de una solución.
- b) (1 punto) ¿Existe algún valor del parámetro para el cual el sistema resultante no tiene solución?
5. Una empresa fabrica dos modelos de un producto, teniendo que producir en total entre 100 y 200 unidades. El coste de producción de una unidad del primer modelo es de 15 euros y se obtiene un beneficio unitario de 100 euros. El coste de producción de una unidad del segundo modelo es de 10 euros y se obtiene un beneficio unitario de 50 euros.
- a) (1,5 puntos) Plantee y resuelva el problema para averiguar el coste total mínimo si quiere obtenerse un beneficio total de al menos 12500 euros.
- b) (1 punto) Plantee y resuelva el problema para averiguar el beneficio total máximo con un coste total no superior a 2550 euros.
6. Un banco tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de 0,9 de funcionar en caso necesario. Si se produce un robo, calcular razonadamente:
- a) (1 punto) La probabilidad de que las tres alarmas se activen.
- b) (0,75 puntos) La probabilidad de que ninguna alarma se active.
- c) (0,75 puntos) La probabilidad de que al menos una alarma se active.

BLOQUE DE ANÁLISIS

1. Sea la función f definida mediante $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$

- Determine los puntos de corte con los ejes.
- Estudie su curvatura.
- Determine sus asíntotas.
- Represente la función.

2. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{si } x \leq 1 \\ ax+b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Calcule a y b , sabiendo que $f(2) = 7$ y que f es continua en $x = 1$.
- Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

3. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

- $f(x) = (x^3+1) \cdot e^{7x}$
- $g(x) = 3^x \cdot L(x)$
- $h(x) = (x^2+1) \cdot (x^5-6x)^6$
- $i(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2-2}$

4. Los beneficios esperados de una inmobiliaria en los próximos 5 años vienen dados por la función $B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$. (t indica el tiempo, en años, $0 \leq t \leq 5$).

- Represente la evolución del beneficio esperado en función del tiempo.
- En ese periodo, ¿cuándo será máximo el beneficio esperado?

5. El número de unidades en miles vendidas por una empresa de estampación de camisetas durante su primer año, sigue la siguiente función $N(x) = \begin{cases} 12x - x^2 & \text{si } 0 \leq x < 7 \\ x^2 - 18x + 112 & 7 \leq x \leq 12 \end{cases}$

- Estudia la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio.
- Averigua justificadamente, en qué mes se ha producido y cuál ha sido el número de ventas máximas.

6. Sean $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$ dos funciones definidas en todo \mathbb{R} .

- Averigua sus puntos de corte, haz un esbozo del recinto que limitan y calcula su área.

b) Halla las ecuaciones de las asíntotas de la función $h(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 7}$