1. Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2e^{-x^2}$.

   a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

   b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

   c) Esboza la gráfica de f .

2. Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=|x^2-4|$.

   a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

   b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = −1.

3. Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=(e^{ax}+b)x$, con $a\neq 0$. Calcula a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en x = 0 y su gráfica, un punto de inflexión en el punto cuya abscisa es x = 1.

4. Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

   a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f . Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de f .

   b) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

   c) Esboza la gráfica de f .

5. Halla los valores a, b y c sabiendo que la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{x+c}$ tiene una asíntota vertical en x=1, una asíntota oblícua de pendiente 2, y un extremo local en el punto de abcisa x=3.

6. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2-|x|$.

   a) Estudia la derivabilidad de f .

   b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

   c) Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

7. Sea f la función definida por $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$ para $x\neq 1$.

   a) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .

   b) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de f .

8. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=(x^2+3x+1)e^{-x}$.

   a) Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .

   b) Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.

   c) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

9. Sea f la función definida por $f(x)=\frac{1}{2}x+\ln x$ para $x>0$ (ln denota el logaritmo neperiano).

   a) Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

   b) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abcisa $x=1$.

10. Sea f la función definida por $f(x)=xe^x$ para $x\geq -1$, $x\neq 0$.

    a) Calcula los límites laterales de f en $x = 0$.

    b) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

11. Sea $f:(0,+\infty)\rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

12. Sea f la función definida por $f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$ para $x>0,\ x\neq 1$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e.

13. Sea f la función definida por $f(x)=\frac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x\neq a$ y $x\neq 1/2$.

a) Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (0, 2) y que la recta x = 2 es una asíntota de dicha gráfica.

b) Para k = 4 y a = 2, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

14. Considera la función f : R → R dada por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina a, b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abcisa x=0 es y + x = -3 y que el punto de inflexión tiene abcisa x = 1.

15. Sea g la función definida por $g(x)=\frac{mx^3}{(x-n)^2}$ para $x\neq n$.

a) Halla m y n sabiendo que la recta y = 2x – 4 es una asíntota de la gráfica de g.

b) Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

16. Sea f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^3 + ax^2 + bx + c$. Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de f tiene abcisa $x = 1$ y que f tiene un mínimo relativo en $x = 2$ de valor -9. Calcula a, b y c.