1. Sea la función $f(x)=\begin{cases} 5 & \text{si} \quad x\leq 2 \\ x^2-6x+10 & \text{si} \quad 2<x<5 \\ 4x-15 & \text{si} \quad x\geq 5 \end{cases}$

a) Represéntala gráficamente.

b) Estudiar su continuidad y derivabilidad.

2. El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función: $B(x)=-0{,}01x^2+3{,}6x-180$.

a) Represente gráficamente esta función.

b) Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.

c) Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

3.

a) Determine los valores de a y b para que sea derivable la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx-3 & \text{si} \quad x\leq 1 \\ 2bx-4 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

b) Represente gráficamente la función f si a=1 y b=2.

4. Sea la función $f(x)=-x^3+3x$

a) Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

b) Represéntela gráficamente.

c) Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

5. Sea $f(t)=\begin{cases} -t^3+5t^2 & \text{si} \quad 0\leq t<3 \\ -t^2+12t-9 & \text{si} \quad 3\leq t\leq 5 \\ 2t+16 & \text{si} \quad 5<t\leq 10 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de f en t =3 y t =5.

b) Razone si f posee algún punto de inflexión y calcúlelo, en caso afirmativo.

6. Sea x, en euros, el precio de venta del litro de aceite de oliva virgen extra. Sea $f(x)=2-\dfrac{4}{x+1}$, con $x\geq 0$, la función que representa el balance económico quincenal, en miles de euros, de una empresa agrícola.

a) Represente la función f .

b) ¿A partir de qué precio de venta del litro de aceite empieza esta empresa a tener beneficios?

c) ¿Están limitadas las ganancias quincenales de esta empresa? ¿Y las pérdidas?

7. Sea la función $f(x)=\begin{cases} 3x-3 & \text{si } x\leq 2 \\ x^2-6x+11 & \text{si } x>2 \end{cases}$

a) Represéntela gráficamente.

b) Estudie su continuidad y derivabilidad. Calcule sus extremos.

c) ¿Existe algún punto donde la pendiente de la recta tangente a su gráfica sea cero? En caso afirmativo, determine cuál es.

8. Sea la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx$.

a) Halle el valor de los coeficientes a, b y c, si se sabe que en el punto (0, 0) su gráfica posee un extremo relativo y que el punto (2,-16) es un punto de inflexión.

b) Para a = 1, b = 1 y c = 0, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x = -2.

9. Sea la función $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+4$

a) Represente gráficamente su función derivada determinando los puntos de corte con el eje de abscisas y su vértice.

b) Halle los puntos de la gráfica de f donde la recta tangente es paralela a y = −3x + 3.

c) Calcule los máximos y mínimos de f .

10. Se considera la siguiente función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-2}{x} & \text{si } x<-1 \\ -x^2+a & \text{si } -1\leq x<1 \\ \dfrac{x+2}{x} & \text{si } 1\leq x \end{cases}$

a) Halle los valores de a para los que f es continua y derivable.

b) Para a = 4, halle las asíntotas y extremos relativos.

11.

a) Sea la función $f(x)=\frac{a}{x}+bx^2$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto (1,3).

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=x\cdot \mathrm{Ln}\, x$ en el punto de abscisa 1.