1. Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx$.

 a) Halle a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa x = -1 y un punto de inflexión en el punto de abscisa x = -2.

 b) Para a = 6 y b = 9, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.

2. Se consideran las siguientes funciones $f(x)=\frac{5x-16}{x}$ y $g(x)=x^2$.

 a) Determine la abscisa del punto donde se verifique f'(x) = g'(x).

 b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa x=2 y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.

3. Una empresa quiere invertir en productos financieros un mínimo de un millón de euros y un máximo de seis millones de euros. La rentabilidad que obtiene viene dada en función de la cantidad invertida, x, por la siguiente expresión:

$$R(x)=\begin{cases} x-2 & \text{si } 1\le x<2 \\ -x^2+10x-16 & \text{si } 2\le x\le 6 \end{cases}$$

donde tanto x, como R (x), están expresadas en millones de euros.

 a) Estudie la continuidad de la función R.

 b) Esboce la gráfica de la función.

 c) ¿Qué cantidad debe invertir para obtener la máxima rentabilidad y a cuánto asciende ésta? ¿Para qué valores de x la rentabilidad es positiva?

4. Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax-3x^2 & \text{si } x\le 1 \\ 2x^2+b & \text{si } x>1 \end{cases}$

 a) Calcule los valores de a y b para que la función f sea derivable en x=1.

 b) Para a=3 y b= -2, estudie la monotonía y curvatura de la función f.

5. El beneficio en euros que obtiene una empresa al vender x unidades de un artículo viene dado por la función $B(x)=-x^2+360x-18000$, $50\le x\le 350$.

 a) ¿Cuál es el beneficio obtenido si vende 100 unidades? ¿Cuántas unidades debe vender para obtener un beneficio de 13500 €?

 b) ¿Cuál es el número de unidades que debe vender para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende ese beneficio?

 c) Represente gráficamente la función y determine cuántas unidades hay que vender para no obtener pérdidas.

6. Sea la función $f(x)=x^3-12x+1$.

 a) Estudie su monotonía y determine sus extremos relativos.

 b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x=1.

7. Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x-1} & \text{si } 0<x \\ x^2-bx-1 & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

a) Calcule el valor de a y b, para que la función sea derivable en x = 0.

b) Para a = 1 y b = 2, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x = 2.

8. En una especie animal la contracción del iris, en décimas de milímetro, después de exponer el ojo a una luz brillante durante un determinado tiempo, viene dada por

$$f(t)=\begin{cases} t^2 & \text{si } 0\leq t\leq 2 \\ \dfrac{4}{t-1} & \text{si } t>2 \end{cases}$$

donde t es el tiempo, en segundos, que transcurre desde que se concentra la luz en el ojo.

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.

b) Represente gráficamente la función f, determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus asíntotas, en caso de que existan.

c) Determine en qué instante se obtiene la máxima contracción y su valor.

9. Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-4} & \text{si } x\leq 0 \\ x+3 & \text{si } 0<x<2 \\ x^2+1 & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad de la función en su dominio y clasifique sus discontinuidades, en caso de que exista alguna.

b) Estudie la derivabilidad de la función en su dominio.

10. Sea f(t) el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t)=\begin{cases} -\dfrac{5}{2}t^2+20t & \text{si } 0\leq t\leq 6 \\ \dfrac{90t-240}{t+4} & \text{si } t>6 \end{cases}$$

a) ¿Evoluciona la función f de forma continua?

b) ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?

c) ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40%?

d) ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

11. Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 2+\dfrac{a}{x-1} & \text{si } x<0 \\ a+b\cdot e^{x} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

a) Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en su dominio.

b) Para a = 2 y b = -2, estudie la monotonía de la función f y calcule sus extremos relativos.

c) Para a = 2 y b = -2, calcule las ecuaciones de las asíntotas de f, si existen.

12.

a) Calcule la derivada de las sigueintes funciones:

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \quad ; \quad g(x)=(2x^2-x)^2\cdot\ln(x^3+2)$$

b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\dfrac{1}{x}$ en el punto de abscisa x = 1.

13.

a) Calcule los valores de los parámetros a y b para que la gráfica de la función $f(x)=x^3+ax^2+b$ presente un extremo relativo en el punto (2,6).

b) Para a = 1 y b = 1, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa x = 1.

14. Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x<0 \\ x^2+a & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

a) Determine el valor del parámetro a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de “a”, estudie la derivabilidad de f.

b) Para a = -2, estudie la monotonía y curvatura de la función f. ¿Tiene algún punto de inflexión?