

Derivadas

La derivada de una función f en un punto $x=a$, $f'(a)$, coincide con la **pendiente de la recta tangente a la curva** en el punto de abscisa $x=a$.

Ecuación de la recta tangente:

$$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$$

Ecuación de la recta normal:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)} \cdot (x - a)$$

Continuidad en $x=a$

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Derivabilidad en $x=a$

Es condición necesaria que la función sea continua en $x=a$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$$

Estudio y representación de funciones:

- Dominio
- Simetría
 - $f(x)=f(-x) \Rightarrow$ simetría par (respecto al eje Y)
 - $f(x)=-f(-x) \Rightarrow$ simetría impar (respecto al Origen)

Puntos de corte con los ejes

- Eje Y: $\begin{cases} x=0 \\ y=f(0) \end{cases} \quad (0, y)$

- Eje X: $\begin{cases} y=0 \\ f(x)=0 \end{cases} \quad (x, 0)$

Asíntotas

- Verticales: $x=a$, si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$

- Horizontales: $y=b$, si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$

- Oblícuas: $y=mx+n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$

Monotonía

- Creciente donde $f'(x)>0$

- Decreciente donde $f'(x)<0$

Extremos: $f(a)=0 \rightarrow (a, f(a))$

- Máximos: $f'(a)<0$

- Mínimos: $f'(a)>0$

Curvatura:

- Convexa: $f''(x)>0$

- Cónvava: $f''(x)<0$

Puntos de inflexión: $f''(a)=0, f'''(a) \neq 0$

Derivadas

$f(x)$	$f'(x)$
$f(x) \pm g(x)$	$f'(x) \pm g'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f[g(x)]$	$f'[g(x)] \cdot g'(x)$
k	0
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-n}{x^{n+1}}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n} \sqrt[n]{x^{1-n}}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$
$[f(x)]^n$	$n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$
$e^{f(x)}$	$e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$a^{f(x)}$	$a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln a$
$L f(x)$	$\frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$
$\log_a f(x)$	$\frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \frac{1}{\ln a}$